# 香港中學文憑試
# 數學模擬試卷 解構

## 香港中學文憑考試

## 數學 必修部分
## 試卷一

**模擬試卷 5**

## 試題答題簿

本試卷必須用中文作答
兩小時十五分鐘完卷

請在此貼上電腦條碼

| 考生編號 | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

考生須知

1. 宣布開考後，考生須首先在第 1 頁之適當位置填寫考生編號，並在第 1 頁之適當位置貼上電腦條碼。
2. 本試卷分三部，即甲部 (1)，甲部 (2) 和乙部。
3. 本試卷各題均須作答，答案須寫在本試題答題簿中預留的空位內。不可在各頁邊界以外位置書寫。寫於邊界以外的答案，將不予評閱。
4. 如有需要，可要求派發方格紙及補充答題紙。每張紙均須填寫考生編號、填畫試題編號方格、貼上電腦條碼，並用繩縛於簿內。
5. 除特別指明外，須詳細列出所有算式。
6. 除特別指明外，數值答案須用真確值，或準確至三位有效數字的近似值表示。
7. 本試卷的附圖不一定依比例繪成。
8. 試場主任宣布停筆後，考生不會獲得額外時間貼上電腦條碼及填畫試題編號方格。

**甲部 (1) (35 分)**

1. 化簡 $\dfrac{(m^3n^9)^2}{m^7n^{-5}}$，並以正指數表示答案。 (3 分)

2. 令 $A$ 成為公式 $Ax=(y-3A)z$ 的主項。 (3 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。



本頁積分

3. 化簡 $\dfrac{3}{6x-5}+\dfrac{4}{1-8x}$。 (3 分)

4. 因式分解

(a) $3x-15y$

(b) $x^2-3xy-10y^2$

(c) $x^2-3xy-10y^2-3x+15y$ (4 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。



本頁積分

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

5. 在一所學校中，有 420 名學生，且男學生的人數比女學生的人數少 25%。
求男學生的人數與女學生的人數的差。 (4 分)

6. 考慮下列複合不等式：

$$\frac{11+3x}{5} \le 2x+5 \text{ 或 } 7x-15>0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (*)$$

(a) 解不等式(*)。

(b) 寫出滿足不等式(*) 的最大負整數。 (4 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。



本頁積分

2016 DSE

7. 在一個極坐標系中, $O$ 為極點。$A$ 點的極坐標為 $(12, 105°)$。 若 $A$ 繞 $O$ 反時針轉向 $60°$ 到達 $B$ 點,

(a) 求 $B$ 點的極坐標,

(b) 求 $A$ 點與 $B$ 點的距離,

(c) $\Delta AOB$ 的旋轉對稱折式數目是多少? (4 分)

8. 已知 $f(x)$ 是兩部分的和，其中一部分隨 $x^2$ 正變，而另一部分隨 $x$ 正變。假定 $f(4) = 48$ 及 $f(8) = 128$。

(a) 求 $f(x)$。

(b) 解方程 $f(x) = 105$。 (5 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。



本頁積分

2016 DSE

9. 下列頻數分佈表及累積頻數分佈表所示為一所學校 100 名中六學生的高度分佈。

| 高度 (m) | 頻數 |
|---|---|
| 1.51 – 1.55 | $a$ |
| 1.56 – 1.60 | 20 |
| 1.61 – 1.65 | $b$ |
| 1.66 – 1.70 | $c$ |
| 1.71 – 1.75 | 18 |
| 1.76 – 1.80 | $d$ |

| 高度低於 (m) | 累積頻數 |
|---|---|
| 1.555 | 5 |
| 1.605 | $x$ |
| 1.655 | 54 |
| 1.705 | $y$ |
| 1.755 | 96 |
| 1.805 | $z$ |

(a) 求 $x$、$y$ 及 $z$。

(b) 若從該學校的中六學生中隨機選出一名學生，求被選出的學生的高度少於 1.705 m 但不少於 1.605 m 的概率。 (5 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。



本頁積分

**甲部 (2) (35 分)**

2016 DSE

10. $A$ 點 及 $B$ 點 的坐標分別為 $(6, 8)$ 及 $(12, 0)$。 $L_1$ 及 $L_2$ 是兩條相交於 $A$ 點的直線，且其與 $x$ 軸分別交於原點 $O$ 及 $B$ 點。 設 $P$ 為該直角坐標平面上一個移動點，且 $P$ 與 $L_1$ 及 $L_2$ 等距。設 $\Gamma$ 表示 $P$ 的軌跡。

(a) 某人聲稱 $\Gamma$ 包含兩條直線。這言論正確嗎？試解釋你的答案。 (2 分)

(b) $\Gamma$ 與 $x$ 軸 及 $y$ 軸 分別相交於 $H$ 及 $K$。設 $C$ 為通過 $O$、$H$ 及 $K$ 的圓。求 $C$ 的面積，並以 $\pi$ 表示答案。 (3 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。



本頁積分

11. 圖 (a) 所示為一個由軟膠片製成倒轉的直立圓錐容器。該容器的高度為 27 厘米。虛線圓 $XY$ 與底平行，且與底的距離為高度的三分之一。保羅把直立圓錐的 $VXY$ 部分沿著圓 $XY$ 推了上來而製成了新的容器，如圖 (b) 所示。他把 $64\pi\ \text{cm}^3$ 的牛奶倒入新的容器直至有牛奶溢出。

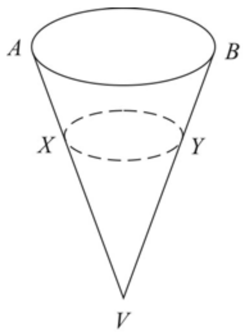



圖 (a)

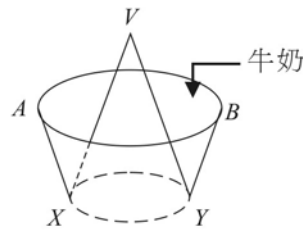



圖 (b)

(a) 求圖 (a) 的容器 $VAB$ 的原來容積，並以 $\pi$ 表示答案。 (3 分)

(b) 保羅聲稱在圖 (b) 的新容器最後沾濕的曲面面積至少有 $300\ \text{cm}^2$。你同意嗎？試解釋你的答案。 (3 分)



寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

2016 DSE

12. 右邊的棒形圖所示為某班 26 名學生的年齡分佈，其中 $a = b$ 及 $4 < a$，$b < c$。班內學生的年齡中位數為 19.5。

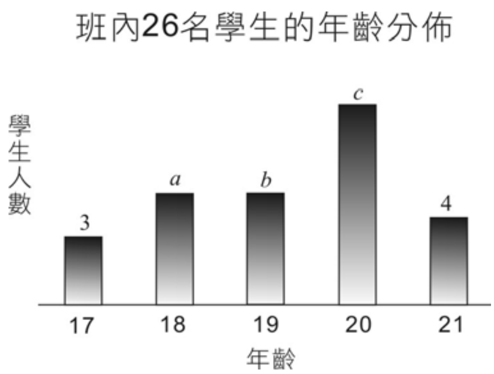
(a) 求 $a$、$b$ 及 $c$。 (3 分)

(b) 多了 4 名學生加入這一班。已知該 4 名新加入的學生的年齡全部不同，且班內學生的年齡的值域不變。求

(i) 班內學生的年齡中位數的最大可能值。

(ii) 班內學生的年齡平均值的最小可能值。

(4 分)

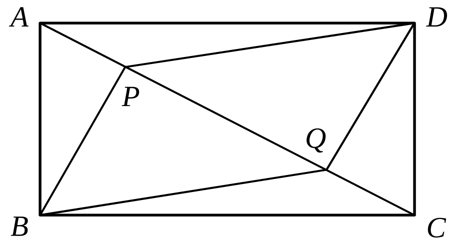



寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

2016 DSE

13. 在圖中，$ABCD$ 是一個長方形。$P$ 及 $Q$ 是 $AC$ 上的點且 $AP = CQ$。




(a) 證明 $\Delta ABP \cong \Delta CDQ$。 (3 分)

(b) 假設 $AB = 10$ cm，$AD = 24$ cm 及 $AP = 6$ cm。

(i) 求 $PQ$。

(ii) $\Delta ABP$ 是直角三角形嗎？試解釋你的答案。 (5 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。



本頁積分

2016 DSE

14. 設 $f(x)=(3x^2-5x+h)(2x^2-5x+k)$ 及 $g(x)=x+1$，其中 $h$ 及 $k$ 為常數。
當 $f(g(x))$ 除以 $x+2$ 及當 $f(g(x))$ 除以 $x-2$ 時，兩個餘數相等。
已知 $f(x)=6x^4-25x^3+60x^2+mx+n$，其中 $m$ 及 $n$ 為常數。

(a) 求 $h$ 及 $k$。 (5 分)

(b) 方程 $f(x)=0$ 有多少個實根？試解釋你的答案。 (5 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。



本頁積分

**乙部 (35 分)**

15. 一份考試試卷包括兩個部分。甲部有 3 條題目而乙部有 5 條題目。考生需要作答 4 條題目。嘉儀隨機選 4 條題目作答。求她會從兩部分各選出 2 條題目的概率。 (3 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。



本頁積分

16. 一個考試包括試卷一及試卷二，試卷一及試卷二的分數的平均值分別為 61 及 46。總分是試卷一及試卷二的分數之和。下表所示為愛雯在該考試的分數及其標準分。

| | 分數 | 標準分 |
|---|---|---|
| 試卷一 | 64 | 1.5 |
| 試卷二 | 36 | –2.5 |

栢偉知道他在試卷一及試卷二的標準分分別為 1.7 及 –2.6。他聲稱自己的總分比愛雯的總分高。他的言論正確嗎？試解釋你的答案。 (4 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。



本頁積分

17. 一個等比數列的首項及第 4 項分別為 4374 及 162。求

(a) 該數列的公比, (2 分)

(b) 最小的 $n$ 值使得該數列的首 $n$ 項之和超過 6500。 (3 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。





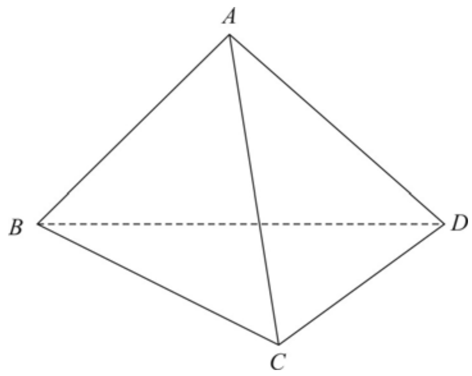


本頁積分

18. 圖中所示為一個四面體形狀的幾何模型 $ABCD$。已知 $\angle ACB = 50°$， $AC = AD = 18$ cm， $BC = BD = 24$ cm 及 $CD = 20$ cm。

(a) 求 $AB$。 (2 分)

(b) 求面 $ACD$ 與面 $BCD$ 之間的夾角，取答案準確至最接近的度。 (3 分)




寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。




本頁積分

2016 DSE

19. 設 $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+2cx+(3c-5)$ ，其中 $c$ 為常數。

(a) 使用配方法，求 $y=f(x)$ 的圖像的頂點的坐標，答案以 $c$ 表示。 (2 分)

(b) 若 $y=f(x)$ 的圖像與 $x$ 軸相接，求 $c$ 的可能值。 (2 分)

(c) 經過一個轉換後，$f(x)$ 被轉成 $-\frac{1}{2}x^2-2cx+(3c-5)$。試描述這個轉換的幾何意思 。 (2 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。



本頁積分

20. $\Delta PQR$ 是一個銳角三角形。$S$ 點使 $SP \perp PQ$ 及 $SR \perp QR$。設 $H$ 表示 $\Delta PQR$ 的垂心。

(a) 證明

(i) $PQRS$ 是一個圓內接四邊形,

(ii) $PHRS$ 是一個平行四邊形。 (5 分)

(b) 引入一個直角坐標系, $O$ 為原點, 使得 $P$、$Q$ 及 $R$ 的坐標分別為 $(0, 12)$、$(-8, 0)$ 及 $(6, 0)$ 。

(i) 求通過點 $P$、$Q$ 及 $R$ 的圓的方程。

(ii) 設 $G$ 表示 $\Delta PQR$ 的外心。某人聲稱 $Q$、$O$、$H$ 及 $G$ 四點共圓。他的說法正確嗎？試解釋你的答案。 (7 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

— 試卷完 —

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。



本頁積分

# 香港中學文憑試 數學模擬試卷 解構

## 香港中學文憑考試

## 數學 必修部分

## 試卷二

## 模擬試卷 5

一小時十五分鐘完卷

考生須知：

1. 細讀答題紙上的指示，並於適當位置貼上電腦條碼及填上各項所需資料。
2. 試場主任宣布開卷後，考生須檢查試題有否缺漏，最後一題之後應有「試卷完」字樣。
3. 本試卷各題佔分相等。
4. 本試卷全部試題均須回答。為便於修正答案，考生宜用 HB 鉛筆把答案填畫在答題紙上。錯誤答案可用潔淨膠擦將筆痕徹底擦去。
5. 每題只可填畫一個答案，若填畫多個答案，則該題不給分。
6. 答案錯誤，不另扣分。

**甲部共有 30 題，乙部共 15 題。**
**本試卷的附圖不一定依比例繪成。**
**選出每題最佳的答案。**

## 甲部

1. $\left(-\frac{1}{4^{504}}\right)^2(8^{672}) =$

   A. 1。
   B. –1。
   C. $\frac{1}{4}$。
   D. $-\frac{1}{4}$。

2013 DSE

2. 若 $\frac{x+y}{a}=\frac{x-y}{b}$，則 $y=$

   A. $\left(\frac{a-b}{a+b}\right)x$。
   B. $\left(\frac{b-a}{a+b}\right)x$。
   C. $\left(\frac{a+b}{a-b}\right)x$。
   D. $\left(\frac{a+b}{b-a}\right)x$。

2014 DSE

3. $x^2-4y^2-4x+8y=$

   A. $(x-2y)(x+2y-4)$。
   B. $(x-2y)(x+2y+4)$。
   C. $(x+2y)(x-2y-4)$。
   D. $(x+2y)(x-2y+4)$。

2013 DSE

4. 0.0389567 =

   A. 0.040（準確至二位小數）。
   B. 0.040（準確至三位有效數字）。
   C. 0.0390（準確至四位小數）。
   D. 0.03896（準確至五位有效數字）。

2012 DSE

5. 若 $x-2y+6=2x+y=7$，則 $x=$

A. 1。

B. 3。

C. 5。

D. 7。

2013 DSE

6. 設 $\mathrm{f}(x)=x^{15}-x^2-x+k$，其中 $k$ 是一個常數。若 $\mathrm{f}(x)$ 可被 $x+1$ 整除，求當 $\mathrm{f}(x)$ 除以 $x-1$ 時的餘數。

A. 0

B. –1

C. 2

D. –2

7. $5x>2x-6$ 或 $2-x<2x+5$ 的解為

A. $x>-2$。

B. $x<-2$。

C. $x>-1$。

D. $x>-2$ 或 $x>-1$。

2014 DSE

8. 設 $a$ 為一個常數。若二次方程 $x^2+2ax-2a=1$ 有等根，則 $a=$

A. –1。

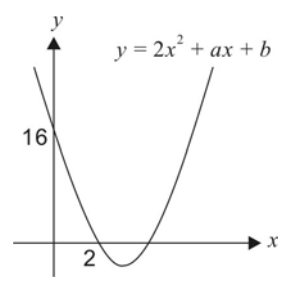
B. 1。

C. –1 或 $-\dfrac{1}{2}$。

D. $\dfrac{1}{2}$ 或 1。

2013 DSE

9. 右圖所示為 $y=2x^2+ax+b$ 的圖像，其中 $a$ 及 $b$ 為常數。該圖像的對稱軸的方程為




A. $x=3$。

B. $x=4$。

C. $x=6$。

D. $x=8$。

10. 若 $A$ 比 $B$ 小 25%，且 $B$ 比 $C$ 大 20%，則

A. $A$ 比 $C$ 大 10%。

B. $A$ 比 $C$ 小 10%。

C. $C$ 比 $A$ 大 10%。

D. $C$ 比 $A$ 小 10%。

2012 DSE

11. 若 $a$ 及 $b$ 為正數且 $\dfrac{7a+5b}{3b-2a}=11$，則 $a:b=$

A. 15 : 28。
B. 28 : 15。
C. 28 : 29。
D. 29 : 28。

2013 DSE

12. 已知 $z$ 與 $\sqrt{x}$ 成正比且與 $y$ 成反比。若 $x$ 減少 36% 且 $z$ 增加 28%，則 $y$

A. 增加 12.5%。
B. 增加 22%。
C. 減少 37.5%。
D. 減少 62.5%。

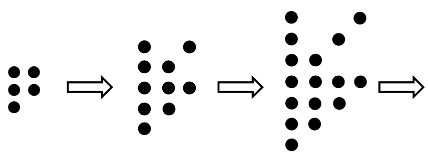
2008 HKCEE

13. 麵粉 $A$ 及麵粉 $B$ 的成本分別為 \$8/kg 及 \$12/kg。若 $x$ kg 的麵粉 $A$ 與 $y$ kg 的麵粉 $B$ 混和在一起，混合物的成本為 \$10.5/kg。求 $x:y$。

A. 1 : 1
B. 2 : 3
C. 3 : 5
D. 4 : 7

2012 DSE

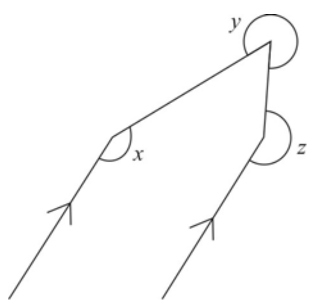
14. 在圖中，第 1 個圖案包含 5 點。對於任何正整數 $n$，第 $(n+1)$ 個圖案是把 $(n+4)$ 點加到第 $n$ 個圖案上。求在第 8 個圖案的點的數目。



A. 41
B. 50
C. 61
D. 72

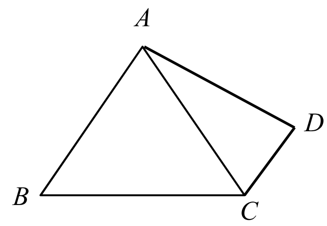
2008 HKCEE

15. 如圖所示，下列那一項必定正確？



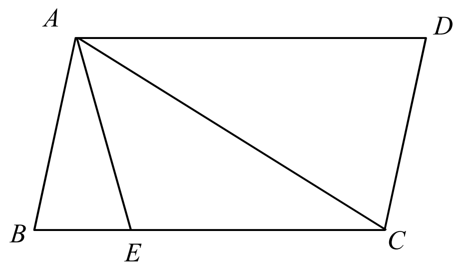

A. $y-x=z-180°$
B. $x+y=z+180°$
C. $y+z=x+360°$
D. $x+y+z=720°$

16. 在圖中，$AB = AC = 10$ cm，$BC = 12$ cm 及 $CD = 5$ cm。若 $AB \,//\, CD$，則四邊形 $ABCD$ 的面積是



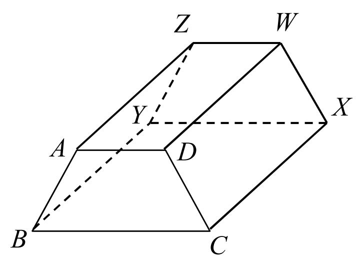

A. 60 cm$^2$。
B. 72 cm$^2$。
C. 84 cm$^2$。
D. 120 cm$^2$。

17. 在圖中，$ABCD$ 是一個平行四邊形且 $AC = AD$。若 $E$ 是 $BC$ 上的一點使得 $AB = AE$ 及 $\angle BAE = 30°$，則 $\angle CAE =$



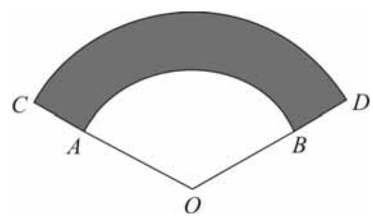

A. 30°。
B. 35°。
C. 40°。
D. 45°。

18. 右圖所示為一個直立梯形柱體。若 $AB = DC = 5$ cm，$AD = 8$ cm，$BC = 14$ cm 及 $CX = 20$ cm，則柱體的總表面積為



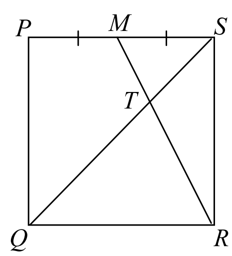

A. 648 cm$^2$。
B. 688 cm$^2$。
C. 728 cm$^2$。
D. 768 cm$^2$。

19. 在圖中，$OAB$ 及 $OCD$ 為以 $O$ 為圓心的扇形。已知陰影區域的面積為 $123\pi$ cm$^2$。若 $AC = 9$ cm 及 $\angle AOB = 120°$，則 $OA =$



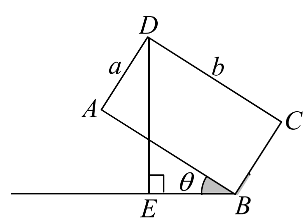

A. 14 cm。
B. 16 cm。
C. 18 cm。
D. 20 cm。

20. 在圖中，$PQRS$ 是一個正方形，且 $M$ 是 $PS$ 的中點。若 $RM$ 與 $QS$ 相交於 $T$，則 $PQTM$ 的面積 : $\Delta QRT$ 的面積 =



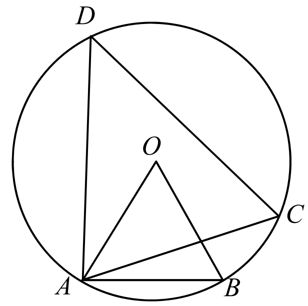

A. 2 : 1。
B. 3 : 2。
C. 4 : 3。
D. 5 : 4。

21. 在圖中，$ABCD$ 是一個長方形。若 $AD = a$ 及 $DC = b$，則 $DE =$




A. $(a + b)\cos\theta$。
B. $(a + b)\sin\theta$。
C. $a\cos\theta + b\sin\theta$。
D. $a\sin\theta + b\cos\theta$。

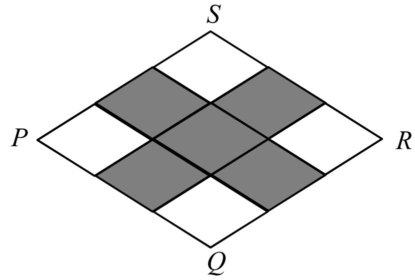
22. 在圖中, $O$ 是圓 $ABCD$ 的圓心。若 $\angle BAC = 13°$ 及 $\angle ADC = 58°$, 則 $\angle AOB =$




A. 60°。
B. 71°。
C. 84°。
D. 90°。

2007 HKCEE

23. 在圖中，菱形 $PQRS$ 被分成九個相等的小菱形，而其中五個塗上了陰影。菱形 $PQRS$ 的反射對稱軸的數目及旋轉對稱折式的數目為




| | 反射對稱軸的數目 | 旋轉對稱折式的數目 |
|---|---|---|
| A. | 2 | 2 |
| B. | 2 | 4 |
| C. | 4 | 2 |
| D. | 4 | 4 |

2013 DSE

24. 若一個正 $n$ 邊形的內角是其外角的 5 倍，下列哪項是正確的？

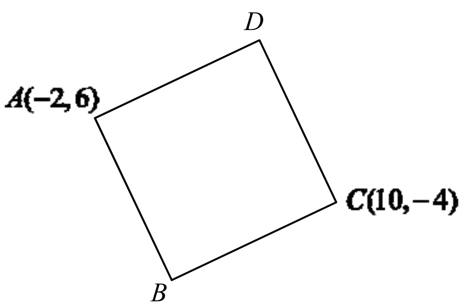
I. $n$ 的數值是 12。
II. 多邊形的反射對稱軸的數目是 6。
III. 多邊形的旋轉對稱折式的數目是 12。

A. 只有 I 及 II
B. 只有 I 及 III
C. 只有 II 及 III
D. I、II 及 III

25. $L_1$ 及 $L_2$ 的方程分別為 $4x-5y+14=0$ 及 $ax+4y+38=0$。若 $L_1$ 垂直於 $L_2$，求 $L_1$ 與 $L_2$的交點。

A. (–4, –1)
B. (0, –5)
C. (3, 3)
D. (–6, –2)

26. 在圖中，$ABCD$ 是一個正方形。$B$ 的坐標是




A. (–1, –5)。
B. (0, –6)。
C. (1, –7)。
D. (2, –8)。

27. 下列關於圓形 $2x^2+2y^2-12x+20y+15=0$ 的哪項是正確的？

I. 該圓形的圓心的坐標為 (3, –5)。
II. 該圓形的半徑為 11。
III. 點 (4, 6) 在該圓形外。

A. 只有 I 及 II
B. 只有 I 及 III
C. 只有 II 及 III
D. I、II 及 III

2009 HKCEE

28. 衛信的錢包有兩張 \$20 紙幣、兩張 \$50 紙幣及一張 \$100 紙幣。衛信從錢包隨機取出兩張紙幣，求他所拿的錢足夠買一件 \$110 的汗衫的概率。

A. 0.2
B. 0.3
C. 0.4
D. 0.5

29. 偉信參與一個遊戲。有一個球會隨機掉進管子 $A$、$B$、$C$ 或 $D$ 中，掉進每個管子的機會均等。若球掉進管子 $A$、$B$、$C$ 及 $D$，他會分別收到 \$4、\$1、\$1 及 \$10。求他收到的金錢的期望值

A. \$4
B. \$4.25
C. \$4.75
D. \$5

2013 DSE

30. 若這 11 個數字：19，10，12，12，13，14，15，16，$a$，$b$ 及 $c$ 的平均值及眾數分別為 14 及 15，則這 11 個數字的中位數是

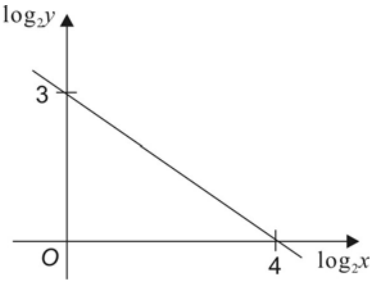
A. 13。
B. 14。
C. 15。
D. 16。

## 乙部

31. $8x^3-1$、$4x^2-4x+1$ 及 $4x^2-1$ 的最大公因數是

A. $2x-1$。
B. $(2x-1)^2$。
C. $(2x-1)(2x+1)(4x^2+2x+1)$。
D. $(2x-1)^2(2x+1)(4x^2+2x+1)$。

32. 右圖所示為 $\log_2 x$ 與 $\log_2 y$ 的線性關係。下列哪一項必定正確？




A. $x^3y^4=4096$
B. $x^4y^3=4096$
C. $x^3+y^4=4096$
D. $x^4+y^3=4096$

2014 DSE

33. $9\times2^7+2^5+3\times2^2-2^2=$

A. $10001010100_2$。
B. $10010101000_2$。
C. $10100101000_2$。
D. $10101001000_2$。

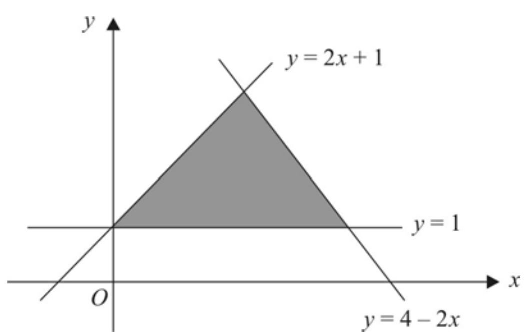
2013 DSE

34. 若 $\alpha\neq\beta$ 及 $\begin{cases}5\alpha=2\alpha^2-4\\5\beta=2\beta^2-4\end{cases}$，則 $\alpha\beta=$

A. 2。
B. –2。
C. –4。
D. –5。

2012 DSE

35. 右圖所示為一個陰影區域（包括邊界）。若 $(a,\ b)$ 是該陰影區域中的一點，下列哪項正確？




I. $b\geq1$
II. $b\geq2a+1$
III. $b\geq4-2a$

A. 只有 I
B. 只有 III
C. 只有 I 及 II
D. 只有 I 及 III

2015 DSE

36. 設 $a_n$ 為等比數列的第 $n$ 項。若 $a_6=-432$ 及 $a_9=128$，下列哪項必定正確？

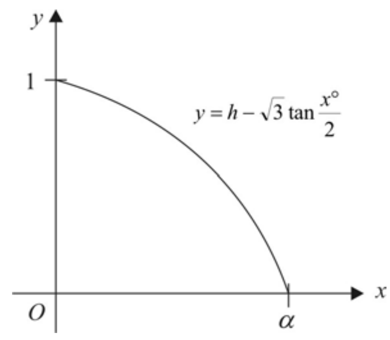
I. $a_3=1458$

II. $\dfrac{a_2}{a_4}>1$

III. $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n<2000$

A. 只有 I 及 II
B. 只有 I 及 III
C. 只有 II 及 III
D. I、II 及 III

37. 右圖所示為 $y=h-\sqrt{3}\tan\dfrac{x°}{2}$ 的圖像，其中 $h$ 是常數且 $0\le x\le\alpha$。下列哪項正確？




I. $h>0$

II. $\alpha<45$

III. $\tan\alpha°=\dfrac{\sqrt{3}}{h}$

A. 只有 I 及 II
B. 只有 I 及 III
C. 只有 II 及 III
D. I、II 及 III

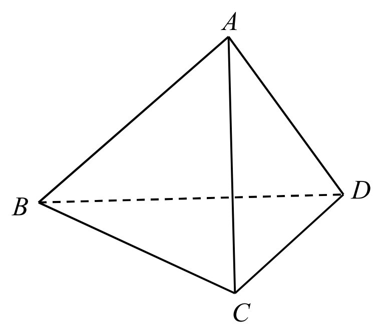
2016 DSE

38. 對於 $0°\le x\le 360°$，方程 $3\sin^2 x-10\cos x=0$ 有多少個根？

A. 2
B. 3
C. 4
D. 5

2012 DSE

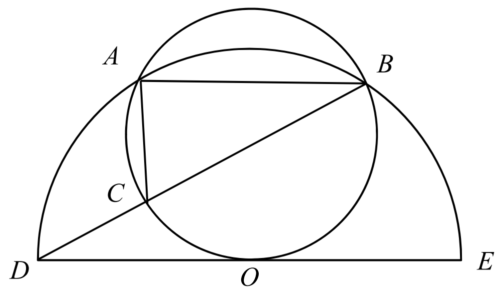
39. 右圖是一個正四面體 $ABCD$。求線段 $AC$ 與面 $BCD$ 之間的夾角（準確至最近的度）。




A. 45°
B. 50°
C. 55°
D. 60°

2012 DSE

40. 在圖中，$O$ 是半圓 $DABE$ 的圓心。圓 $ABC$ 與該半圓相切於 $A$ 及 $B$ 且與它的直徑 $DE$ 相切於 $O$。$BD$ 與該圓相交於 $C$。若 $\angle BDO = 24°$，則 $\angle BAC =$




A. 72°。
B. 84°。
C. 96°。
D. 108°。

2015 DSE

41. 設 $O$ 為原點。$A$ 點及 $B$ 點的坐標分別為 (0, 66) 及 (99, 33)。$\Delta OAB$ 的垂心的 $x$ 坐標是

A. 9。
B. 11。
C. 22。
D. 33。

2015 DSE

42. 盒子 $P$ 內有 3 個藍色代幣及 5 個黃色代幣，而盒子 $Q$ 內則有 2 個藍色代幣及 4 個黃色代幣。若隨機選一個盒子，然後從盒子中隨機抽一個代幣，求抽中黃色代幣的概率。

A. $\frac{2}{7}$
B. $\frac{9}{14}$
C. $\frac{9}{24}$
D. $\frac{31}{48}$

2015 DSE

43. 2 個男孩與 5 個女孩排成一列。若要沒有男孩相鄰，則可以排成多少不同的隊列？

A. 720
B. 1440
C. 4320
D. 5040

44. 以下幹葉圖所示為歌唱比賽中 18 名參賽者分數的分佈。

| 幹 (十位) | 葉 (個位) |
|---|---|
| 4 | 4 5 $h$ 7 |
| 5 | 2 6 6 7 $h$ 9 |
| 6 | 0 0 3 3 9 $k$ |
| 8 | 2 $k$ |

下列哪項必定正確？

I. 該分佈的中位數是 58。
II. 該分佈的值域是 44。
III. 該分佈的四分位數間距是 11。

A. 只有 I
B. 只有 II
C. 只有 I 及 III
D. 只有 II 及 III

2013 DSE

45. 若這七個數字 $x_1$, $x_2$, $x_3$, $x_4$, $x_5$, $x_6$ 及 $x_7$ 的方差為 5，則這七個數字 $2x_1+3$, $2x_2+3$, $2x_3+3$, $2x_4+3$, $2x_5+3$, $2x_6+3$ 及 $2x_7+3$ 的方差是

A. 10。
B. 15。
C. 20。
D. 25。

**— 試卷完 —**

# 模擬試卷 5 (卷 1)
# 答案與題解

**甲部 (1) (35 分)**

| | | 積分 |
|---|---|---|
| 1. | $\dfrac{(m^3n^9)^2}{m^7n^{-5}}=\dfrac{m^6n^{18}}{m^7n^{-5}}$ | 1A |
| | $=m^{-1}n^{23}$ | 1A |
| | $=\dfrac{n^{23}}{m}$ | 1A |
| | | 3 |
| 2. | $Ax=(y-3A)z$ | |
| | $Ax=yz-3Az$ | 1A |
| | $Ax+3Az=yz$ | |
| | $A(x+3z)=yz$ | 1A |
| | $A=\dfrac{yz}{x+3z}$ | 1A |
| | | 3 |
| 3. | $\dfrac{3}{6x-5}+\dfrac{4}{1-8x}=\dfrac{3(1-8x)+4(6x-5)}{(6x-5)(1-8x)}$ | 1M |
| | $=\dfrac{3-24x+24x-20}{(6x-5)(1-8x)}$ | |
| | $=\dfrac{-17}{(6x-5)(1-8x)}$ | 1A |
| | $=\dfrac{17}{(6x-5)(8x-1)}$ | 1A |
| | | 3 |
| 4. | (a) $3x-15y=3(x-5y)$ | 1A |
| | (b) $x^2-3xy-10y^2=(x+2y)(x-5y)$ | 1A |
| | (c) $x^2-3xy-10y^2-3x+15y$ | |
| | $=(x+2y)(x-5y)-3(x-5y)$ | 1A |
| | $=(x-5y)(x+2y-3)$ | 1A |
| | | 4 |

| | 積分 |
|---|---|

5. 設男學生的人數及女學生的人數分別為 $x$ 及 $y$。

$$\begin{cases} x+y=420 & \ldots(1) \\ x=(1-25\%)y & \ldots(2) \end{cases}$$ 2M

根據 (2)，$x = 0.75y$　…(3)

把 (3) 代入 (1)，

$$\begin{aligned} 0.75y+y &= 420 \\ 1.75y &= 420 \\ y &= 240 \end{aligned}$$

把 $y = 420$ 代入 (3)，

$$\begin{aligned} x &= 0.75(240) \\ &= 180 \end{aligned}$$

相差 $= 240 - 180 = 60$　1M+1A

4

---

6. (a) $\dfrac{11+3x}{5} \le 2x+5$

$$\begin{aligned} 11+3x &\le 10x+25 \\ -14 &\le 7x \\ -2 &\le x \end{aligned} \quad \text{或} \quad \begin{aligned} 7x-15 &> 0 \\ 7x &> 15 \\ x &> \frac{15}{7} \end{aligned}$$ 2A

$\therefore$　$x \ge -2$　1A

(b) $-1$　1A

4

---

7. (a) $B$ 點的極坐標

$= (12, 105° + 60°)$

$= (12, 165°)$　1A

(b) $\Delta OAB$ 是一個等腰三角形，其中 $OA = OB = 12$ 及 $\angle AOB = 60°$。

$\therefore$　底角相等且都是 60°。

即 $\Delta OAB$ 是一個等邊三角形。　1M

$A$ 點與 $B$ 點的距離為 12。　1A

(c) $\Delta AOB$ 的旋轉對稱折式數目是 3。　1A

4

---

| | 積分 |
|---|---|
| 8. (a) 設 $f(x)=ax^2+bx$，其中 $a$ 及 $b$ 為常數。 | |
| $\begin{cases}16a+4b=48\\64a+8b=128\end{cases}$ | 1A |
| $\begin{cases}4a+b=12 & \dots(1)\\8a+b=16 & \dots(2)\end{cases}$ | |
| $(2)-(1)$: | |
| $4a=4$ | |
| $a=1$ | |
| 把 $a=1$ 代入 (1), | |
| $4+b=12$ | |
| $b=8$ | |
| $\therefore\ f(x)=x^2+8x$ | 1M+1A |
| (b) $x^2+8x=105$ | |
| $x^2+8x-105=0$ | |
| $(x-7)(x+15)=0$ | |
| $\therefore\ x=7$ 或 $-15$ | 2A |
| | 5 |
| 9. (a) $x=5+20$ | 1A |
| $=25$ | |
| $y+18=96$ | |
| $y=78$ | 1A |
| $z=100$ | 1A |
| (b) 所求的概率 | |
| $=\dfrac{78-25}{100}$ | |
| $=0.53$ | 1M+1A |
| | 5 |

**甲部 (2) (35 分)**

| | | | 積分 |
|---|---|---|---|
| 10. | (a) | 正確, $\Gamma$ 包含兩條直線。 | 1A |
| | | 它們是 $L_1$ 與 $L_2$ 之間的兩條角平分線。 | 1A |
| | (b) | $\Delta AOB$ 是一個等腰三角形，其中 $AO = AB$。 | |
| | | $\therefore$ $\Gamma$ 包含通過 $A$ 點的沿垂線及水平線。 | |
| | | $\therefore$ $H$ 及 $K$ 的坐標分別為 (6, 0) 及(0, 8)。 | 1A |
| | | 由於 $\angle HOK = 90°$, $HK$ 是圓 $C$ 的一條直徑。 | |
| | | $C$ 的半徑$=\dfrac{1}{2}\sqrt{6^2+8^2}=5$ | |
| | | $C$ 的面積$=\pi(5)^2=25\pi$ 平方單位 | 1M+1A |
| | | | 5 |
| 11. | (a) | 設圓底的半徑為 $r$ cm。 | |
| | | 圓錐 $VAB$ 的容積$=\dfrac{1}{3}\pi r^2(27)=9\pi r^2$ | |
| | | 圓錐 $VXY$ 的容積$=\dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{2}{3}r\right)^2\left(\dfrac{2}{3}\cdot 27\right)=\dfrac{8}{3}\pi r^2$ | |
| | | 在新容器 $AB$ 以上的圓錐部分的容積 | |
| | | $=\dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{1}{3}r\right)^2\left(\dfrac{1}{3}\cdot 27\right)=\dfrac{1}{3}\pi r^2$ | |
| | | $\left(9\pi r^2-\dfrac{8}{3}\pi r^2\right)-\left(\dfrac{8}{3}\pi r^2-\dfrac{1}{3}\pi r^2\right)=64\pi$ | |
| | | $4r^2=64$ | |
| | | $r=4$ | 1M+1A |
| | | 原來的容積 $=9\pi(4)^2=146\pi$ cm$^3$ | 1A |
| | (b) | 最後沾濕的曲面面積 | |
| | | $=\pi(4)\sqrt{4^2+27^2}-\pi\left(\dfrac{4}{3}\right)\left(\dfrac{\sqrt{4^2+27^2}}{3}\right)$ | 1M+1A |
| | | $=\dfrac{32}{9}\pi\sqrt{725}$ | |
| | | $>300$ cm$^2$ | 1A |
| | | | 6 |

**積分**

12. (a) 中位數= 19.5

$\therefore \quad 3+a+b=c+4=13$

$\therefore \quad a=b=5$ 及 $c=9$ — 3A

(b) 新加入的 4 名學生的年齡可能是 {17, 18, 19, 20} 或 {18, 19, 20, 21}。

(i) 當年齡是{18, 19, 20, 21}時，中位數將會最大。

可能的最大中位數 = 19.5 — 1M+1A

(ii) 當年齡是{17, 18, 19, 20}時，平均數將會最小。

可能的最小平均數

$=\frac{1}{30}(17\times4+18\times6+19\times6+20\times10+21\times4)$

$=19\frac{4}{30}$ — 1M+1A

**7**

---

13. (a) $AB=CD$ 及 $AB // DC$ (長方形對邊)

$\angle BAP=\angle DCQ$ (內錯角，$AB // DC$)

$AP=CQ$ (已知)

$\therefore \quad \Delta ABP \cong \Delta CDQ$ (SAS) — (3)

(b) (i) $AC=\sqrt{10^2+24^2}=26$

$\therefore \quad PQ=26-6-6=14$ cm — 1M+1A

(ii) $\Delta ABC$ 的面積$=\frac{1}{2}(10)(24)=120\text{ cm}^2$

假設 $BP \perp AC$。

$\frac{1}{2}BP\cdot AC=120$

$BP=\frac{120\times2}{26}$

即 $BP=9\frac{3}{13}$ cm

另一方面，根據畢氏定理,

$BP=\sqrt{10^2-6^2}=8$ cm — 1A

與上面的結果矛盾。

$\therefore \quad \Delta ABP$ 不是一個直角三角形。 — 1M+1A

**8**

| | 積分 |
|---|---|
| 14. (a) $f(g(x)) = [3(x+1)^2 - 5(x+1) + h][2(x+1)^2 - 5(x+1) + k]$ | 1M |
| $= (3x^2 + x + h - 2)(2x^2 - x + k - 3)$ | |
| $\therefore\quad f(g(-2)) = (12 - 2 + h - 2)(8 + 2 + k - 3) = (h+8)(k+7)$ | |
| $f(g(2)) = (12 + 2 + h - 2)(8 - 2 + k - 3) = (h+12)(k+3)$ | |
| 依題意, | |
| $(h+8)(k+7) = (h+12)(k+3)$ | |
| $hk + 7h + 8k + 56 = hk + 3h + 12k + 36$ | 1A |
| $k = h + 5$ | |
| 那麼, | |
| $f(x) = (3x^2 - 5x + h)(2x^2 - 5x + h + 5)$ | |
| $= 6x^2 - 25x^3 + (3h + 15 + 25 + 2h)x^2 + (-5h - 25 - 5h)x + h(h+5)$ | 1M |
| $= 6x^2 - 25x^3 + 5(h+8)x^2 - 5(2h+5)x + h(h+5)$ | |
| 比較 $x^2$ 項的係數, | |
| $5(h+8) = 60$ | |
| $h + 8 = 12$ | 1A |
| $h = 4$ | |
| $\therefore\quad k = 4 + 5 = 9$ | 1A |
| (b) $f(x) = (3x^2 - 5x + 4)(2x^2 - 5x + 9)$ | |
| 考慮 $3x^2 - 5x + 4 = 0$ , | |
| $\Delta = (-5)^2 - 4(3)(4) = -23 < 0$ | 1M |
| 這方程沒有實根。 | 1A |
| 考慮 $2x^2 - 5x + 9 = 0$ , | |
| $\Delta = (-5)^2 - 4(2)(9) = -47 < 0$ | 1M |
| 這方程沒有實根。 | 1A |
| $\therefore$　方程 $f(x) = 0$　沒有實根。 | 1A |
| | 10 |

**乙部 (35 分)**

| | 積分 |
|---|---|
| 15. 所求的概率 | |
| $=\dfrac{C_2^3 C_2^5}{C_4^8}$ | 1M+1A |
| $=\dfrac{3}{7}$ | 1A |
| | 3 |
| 16. 設試卷一及試卷二的標準差分別為 $\sigma_1$ 及 $\sigma_2$ 。 | |
| $\dfrac{64-61}{\sigma_1}=1.5$<br>$\sigma_1=2$ | 1A |
| $\dfrac{36-46}{\sigma_2}=-2.5$<br>$\sigma_2=4$ | 1A |
| 設柏偉在試卷一及試卷二的分數分別為 $b_1$ 及 $b_2$ 。 | |
| $\dfrac{b_1-61}{2}=1.7$<br>$b_1=64.4$ | |
| $\dfrac{b_2-46}{4}=-2.6$<br>$b_1=35.6$ | |
| 柏偉的總分 $= 64.4 + 35.6 = 100$ | 1A |
| ∴ 他的總分不比愛雯的總分高。 | 1A |
| | 4 |
| 17. (a) 設公比為 $r$。 | |
| $4374r^3=162$ | 1M |
| $r^3=\dfrac{1}{27}$<br>$r=\dfrac{1}{3}$ | 1A |

| | **積分** |
|---|---|
| (b) 首 $n$ 項之和 | |
| $= \dfrac{4374\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right]}{1-\frac{1}{3}}$ | |
| $= 6561\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right]$ | |
| $=6561\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right]>6500$ | 1A |
| $1-\left(\frac{1}{3}\right)^n>\frac{6500}{6561}$ | |
| $\left(\frac{1}{3}\right)^n<\frac{61}{6561}$ | |
| $3^n>\frac{6561}{61}$ | |
| $n>\dfrac{\log\frac{6561}{61}}{\log 3}\approx 4.258$ | 1M |
| $n$ 的最小的數值是 5。 | 1A |
| | 5 |
| 18. (a) 在 $\Delta ABC$ 中, | |
| $AB^2=18^2+24^2-2(18)(24)\cos 50°$ | 1M |
| $=344.632$ (準確至6位有效數字) | |
| $AB=18.56\text{ cm}$ (準確至4位有效數字) | 1A |
| (b) 設 $M$ 為 $CD$ 的中點。 | |
| 由於 $AC=AD$ 及 $BC=BD$, | |
| $AM\perp CD$ 及 $BM\perp CD$。 | |
| 面 $ACD$ 與面 $BCD$ 之間的夾角是 $\angle AMB$。 | 1M |
| $AM=\sqrt{18^2-10^2}$ | |
| $=14.9666\text{ cm}$ (準確至6位有效數字) | |
| $BM=\sqrt{24^2-10^2}$ | |
| $=21.8174\text{ cm}$ (準確至6位有效數字) | |
| 在 $\Delta AMB$ 中, | |
| $344.632=224+476-2(14.9666)(21.8174)\cos\angle AMB$ | 1M |
| $\cos\angle AMB=0.5442$ (準確至4位有效數字) | |
| $\angle AMB=57°$ (準確至最接近的度) | 1A |
| | 5 |

| | 積分 |
|---|---|
| 19. (a) $-\frac{1}{2}x^2+2cx+(3c-5)=-\frac{1}{2}(x^2-4cx)+(3c-5)$ | |
| $=-\frac{1}{2}(x^2-4cx+4c^2-4c^2)+(3c-5)$ | |
| $=-\frac{1}{2}(x-2c)^2+2c^2+(3c-5)$ | |
| $=(x+2c)^2+(2c^2+3c-5)$ | 1A |
| 頂點的坐標是$(-2c, 2c^2+3c-5)$。 | 1A |
| (b) 若 $y=\mathrm{f}(x)$ 的圖像與 $x$ 軸相切, | |
| $2c^2+3c-5=0$ | |
| $(2c+5)(c-1)=0$ | 1M |
| $\therefore\quad c=-\frac{5}{2}$ 或 1 | 1A |
| (c) $\mathrm{f}(-x)=-\frac{1}{2}(-x)^2+2c(-x)+(3c-5)$ | |
| $=-\frac{1}{2}x^2-2cx+(3c-5)$ | 1M |
| $\therefore$ $\mathrm{f}(x)$ 的圖像沿 $y$ 軸反射。 | 1A |
| | 6 |
| 20. (a) (i) $\angle QPS=\angle QRS=90°$ | |
| $\therefore\quad \angle QPS+\angle QRS=180°$ | |
| $\therefore\quad PQRS$ 是圓內接四邊形 (對角互補) | (2) |
| (ii) $G$ 在由 $P$ 到 $QR$ 的垂直線上。 | |
| $\therefore\quad PG\perp QR$ | |
| $\therefore\quad PG\,//\,SR$ | |
| $G$ 在由 $R$ 到 $PQ$ 的的垂直線上。 | |
| $\therefore\quad RG\perp PQ$ | |
| $\therefore\quad RG\,//\,SP$ | |
| $\therefore\quad PHRS$ 是平行四邊形 (對邊平行) | (3) |

| | 積分 |
|---|---|
| (b) (i) 設該圓的方程為 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$。 | |
| 把 $P$、$Q$ 及 $R$ 的坐標代入方程，可得 | |
| $\begin{cases} 0^2+12^2+D(0)+E(12)+F=0 \\ (-8)^2+0^2+D(-8)+E(0)+F=0 \\ 6^2+0^2+D(6)+E(0)+F=0 \end{cases}$ | |
| $\begin{cases} 144+12E+F=0 & ...(1) \\ 64-8D+F=0 & ...(2) \\ 36+6D+F=0 & ...(3) \end{cases}$ | 1M |
| $(3)-(2)$: | |
| $-28+14D=0$ | |
| $D=2$ | |
| 把 $D=2$ 代入(3), | |
| $36+6(2)+F=0$ | |
| $F=-48$ | |
| 把 $F=-48$ 代入(1), | |
| $144+12E-48=0$ | |
| $E=-8$ | 1A |
| $\therefore$ 該圓形方程為 $x^2+y^2+2x-8y-48=0$ | 1A |
| *或* $(x+1)^2+(y-4)^2=65$ | |
| (ii) $G$ 是圓心，且 $QS$ 是通過點 $P$、$Q$ 及 $R$ 的圓的一條直徑。 | |
| $\therefore$ $G$ 的坐標是$(-1, 4)$ 及 $S$ 的坐標是$(6, 8)$。 | 1A |
| 由 (a)(ii)$PHRS$，是一個平行四邊形。 | |
| $\therefore$ $PH \parallel RS$ 及 $PH = RS$ | |
| $H$ 的坐標是$(0, 4)$。 | 1A |
| $\therefore$ $HG$ 是水平的及$\angle HGQ \neq 90°$ | 1M |
| 由於$\angle HOQ = 90°$。 | |
| $\therefore$ $\angle HGQ + \angle HOQ \neq 180°$ | |
| $\therefore$ $Q$、$O$、$H$ 及 $G$ 不是四點共圓。 | 1A |
| | 12 |

# 模擬試卷 5 (卷 2)
# 答案與題解

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. | A | 16. | B | 31. | A |
| 2. | A | 17. | D | 32. | A |
| 3. | A | 18. | C | 33. | B |
| 4. | C | 19. | B | 34. | B |
| 5. | B | 20. | D | 35. | A |
| 6. | A | 21. | C | 36. | A |
| 7. | A | 22. | D | 37. | B |
| 8. | A | 23. | A | 38. | A |
| 9. | A | 24. | B | 39. | C |
| 10. | B | 25. | D | 40. | A |
| 11. | C | 26. | A | 41. | B |
| 12. | C | 27. | B | 42. | D |
| 13. | C | 28. | C | 43. | C |
| 14. | C | 29. | A | 44. | C |
| 15. | C | 30. | B | 45. | C |

## 題解

1. $$\left(-\frac{1}{4^{504}}\right)^2(8^{672}) = \left(-\frac{1}{(2^2)^{504}}\right)^2((2^3)^{672})$$
$$= \left(\frac{1}{2^{1008}}\right)^2(2^{2016})$$
$$= \left(\frac{1}{2^{2016}}\right)(2^{2016})$$
$$= 1$$
(A)

2. $$\frac{x+y}{a} = \frac{x-y}{b}$$
$$b(x+y) = a(x-y)$$
$$bx+by = ax-ay$$
$$ay+by = ax-bx$$
$$y(a+b) = x(a-b)$$
$$y = \left(\frac{a-b}{a+b}\right)x$$
(A)

3. $$x^2-4y^2-4x+8y$$
$$=(x+2y)(x-2y)-4(x-2y)$$
$$=(x-2y)(x+2y-4)$$
(A)

4. (A) ✗ : 0.0389567 = 0.04 (準確至二位小數)
(B) ✗: 0.0389567 = 0.0390 (準確至三位有效數字)
(C) ✓ : 0.0389567 = 50.0390 (準確至四位小數)
(D) ✗: 0.0389567 = 0.038957 (準確至五位有效數字)
(C)

5. $$x-2y+6=2x+y=7$$
$$\begin{cases} x-2y+6=7 & \dots(1) \\ 2x+y=7 & \dots(2) \end{cases}$$
(1) + (2) × 2:
$$5x+6=21$$
$$x=3$$
(B)

6. 由於 f($x$) 可被 $x+1$ 整除,
∴ f(−1) = 0
$$(-1)^{15}-(-1)^2-(-1)+k=0$$
$$-1-1+1+k=0$$
$$k=1$$
當 f($x$) 除以 $x-1$ 時,
餘數
$$=\text{f}(1)$$
$$=(1)^{15}-(1)^2-(1)+1$$
$$=0$$
(A)

7. $$5x>2x-6 \qquad 2-x<2x+5$$
$$3x>-6 \quad 或 \quad -3<3x$$
$$x>-2 \qquad x>-1$$
∴ $x>-2$
(A)

8. 改寫 $x^2+2ax-2a=1$ 成 $x^2+2ax-(2a+1)=0$。
由於 $x^2+2ax-(2a+1)=0$ 有等根,
∴ $\Delta=0$
$$(2a)^2-4[-(2a+1)]=0$$
$$4a^2+8a+4=0$$
$$a^2+2a+1=0$$
$$(a+1)^2=0$$
$$a=-1$$
(A)

9. $y$ 截距 $=16$

$\therefore\quad b=16$

把 $(2\,,0)$ 代入 $y=2x^2+ax+16$,

$0=2(2)^2+a(2)+16$

$2a=-24$

$a=-12$

對稱軸：$x=\dfrac{-12}{-2(2)}=3$ (A)

<u>另一種方法</u>

由於該圖像交 $x$ 軸於 $x=2$，該函數可以寫成 $y=2(x-2)(x-c)$。

把 $(0,16)$ 代入 $y=2(x-2)(x-c)$,

$2(0-2)(0-c)=16$

$c=4$

$\therefore$ 另一個 $x$ 截距是 4。

對稱軸: $x=3$

10. $A=(1-25\%)B=0.75B$

$B=(1+20\%)C=1.2C$

$\therefore\quad A=(0.75)(1.2C)=0.9C$

$\therefore$ $A$ 比 $C$ 少 10%。 (B)

11. $\dfrac{7a+5b}{3b-2a}=11$

$7a+5b=11(3b-2a)$

$7a+5b=33b-22a$

$29a=28b$

$\dfrac{a}{b}=\dfrac{28}{29}$

$\therefore\quad a:b=28:29$ (C)

12. $z$ 與 $\sqrt{x}$ 成正比且與 $y$ 成反比。

設 $z=\dfrac{k\sqrt{x}}{y}$，其中 $k$ 為非零常數。

$y=\dfrac{k\sqrt{x}}{z}$

$y$ 的百份數改變

$=\dfrac{\dfrac{k\sqrt{(1-36\%)x}}{(1+28\%)z}-\dfrac{k\sqrt{x}}{z}}{\dfrac{k\sqrt{x}}{z}}\times 100\%$

$=\left(\dfrac{0.8}{1.28}-1\right)\times 100\%$

$=-37.5\%$

$\therefore$ $y$ 減少了 37.5%。 (C)

13. $\dfrac{8x+12y}{x+y}=10.5$

$8x+12y=10.5x+10.5y$

$1.5y=2.5x$

$\dfrac{x}{y}=\dfrac{3}{5}$

$\therefore\quad x:y=3:5$ (C)

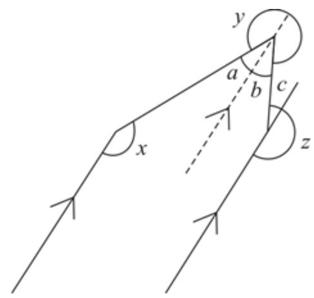
14. 第 8 個圖案的點的數目

$=5+5+6+7+8+9+10+11$

$=61$

(C)

15.




如圖中的記號,

$a=180°-x$ (同旁內角互補)

$b=360°-y-a$ (同頂角)

$=360°-y-(180°-x)$

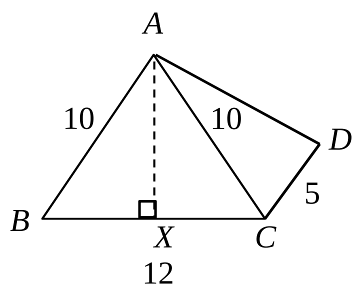
$=180°+x-y$

$b=c=z-180°$ (內錯角相等)

$180°+x-y=z-180°$

$y+z=x+360°$ (C)

16.




設 $X$ 為 $BC$ 的中點。

則 $AX\perp BC$. (等腰三角形性質，$AB=AC$)

$BX=\dfrac{BC}{2}=\dfrac{12}{2}=6$

$AX=\sqrt{10^2-6^2}=8$

$\Delta ABC$ 的面積$=\dfrac{1}{2}(12)(8)=48\text{ cm}^2$

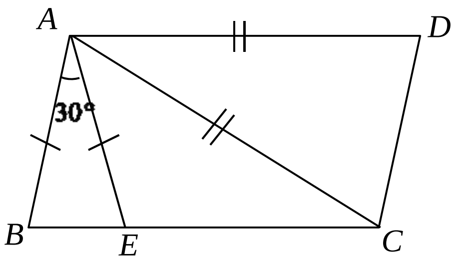
$$\frac{\Delta ACD\text{的面積}}{\Delta ABC\text{的面積}} = \frac{CD}{AB}$$

$$\Delta ACD\text{的面積} = \frac{5}{10}\times 48$$

$$= 24\,\text{cm}^2$$

$ABCD$ 的面積 $= 48 + 24 = 72\ \text{cm}^2$　(B)

17.




由於 $AB = AE$,

$\angle ABE = \angle AEB$　(等腰三角形底角)

$$\angle ABE = \frac{180° - 30°}{2} = 75°$$

由於 $AC = AD$,

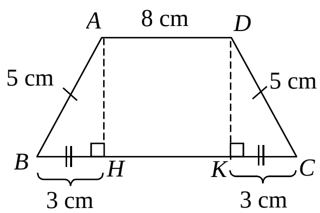
$BC = AD = AC$

$\therefore$　$\angle BAC = \angle ABC = 75°$ (等腰三角形底角)

$\therefore$　$\angle CAE = 75° - 30° = 45°$

(D)

18.




如圖中的記號,

$$BH = CK = \frac{14-8}{2} = 3\,\text{cm}$$

$$AH = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4\,\text{cm}$$

梯形的面積 $= \dfrac{(8+14)(4)}{2} = 44\ \text{cm}^2$

柱體的總表面積

$= 44 \times 2 + (8 + 5 + 5 + 14) \times 20$

$= 728\ \text{cm}^2$

(C)

19.　設 $OA = r$ cm。

$$\frac{120}{360}\times\pi(r+9)^2 - \frac{120}{360}\times\pi r^2 = 123\pi$$

$$r^2 + 18r + 81 - r^2 = 369$$

$$18r = 288$$

$$r = 16$$

$\therefore$　$OA = 16$ cm　(B)

20.　$\Delta QRT \sim \Delta SMT$　(AAA)

$QR = PS = 2SM$

$\therefore$　$TR = 2TM$　(相似 Δ 對應邊)

設$\Delta SMT$ 的面積為 $a$。

$$\frac{\Delta STR\text{的面積}}{\Delta SMT\text{的面積}} = \frac{TR}{TM}$$

$$\Delta STR\text{的面積} = 2a$$

$$\frac{\Delta QRT\text{的面積}}{\Delta SMT\text{的面積}} = \left(\frac{QR}{SM}\right)^2$$

$$\Delta STR\text{的面積} = 2^2 a$$

$$= 4a$$

$PQTM$ 的面積

$= \Delta PQS$ 的面積$-$ $\Delta SMT$ 的面積

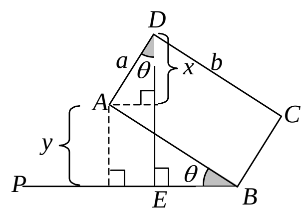
$= \Delta QRS$ 的面積$-$ $\Delta SMT$ 的面積

$= 2a + 4a - a$

$= 5a$

$\therefore$ $PQTM$ 的面積 : $\Delta QRT$ 的面積$= 5 : 4$　(D)

21.

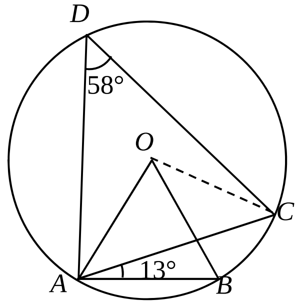



如圖中的記號,

$x = a\cos\theta$　及　$y = b\sin\theta$

$\therefore$　$DE = x + y = a\cos\theta + b\sin\theta$　(C)

22.




連接 $OC$,

$\angle BOC = 2\angle BAC = 2(13°) = 26°$

(圓心角兩倍於圓周角)

$\angle AOC = 2\angle ADC = 2(58°) = 116°$

(圓心角兩倍於圓周角)

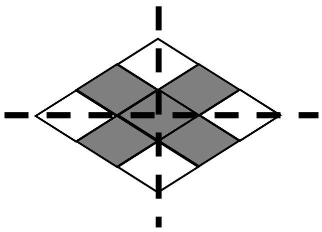
$\angle AOB$

$= \angle AOC - \angle BOC$

$= 116° - 26°$

$= 90°$ (D)

23. 這裡有 2 條反射對稱軸。



當它每旋轉 180°，它就重複自己一次。
這裡有 2 重旋轉對稱折式。 (A)

24. I. ✓: 外角$=\dfrac{360°}{n}$

$\therefore$ 內角$=\dfrac{360°}{n}\times 5$

$$\frac{360°}{n}\times 5+\frac{360°}{n}=180°$$

$$n = 2\times 5+2$$

$$=12$$

II. ×: 12 邊形的反射對稱軸的數目是 12。

III. ✓: 12 邊形的旋轉對稱折式的數目是 12。

(B)

25. $L_1$ 的斜率$\times L_2$的斜率$=-1$

$$-\left(\frac{4}{-5}\right)\times\left(-\frac{a}{4}\right)=-1$$

$$a=5$$

$$\begin{cases}4x-5y+14=0 & \ldots(1)\\ 5x+4y+38=0 & \ldots(2)\end{cases}$$

$(1)\times(4) + (2)\times 5$:

$41x+246=0$

$x=-6$

把 $x=-6$ 代入 $4x-5y+14=0$,

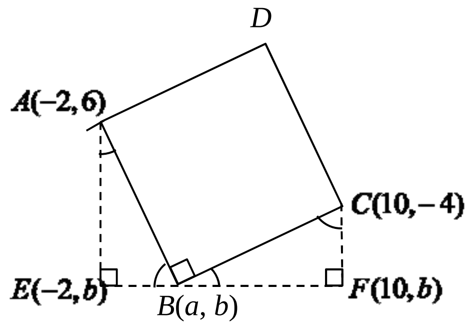
$4(-6)-5y+14=0$

$-5y-10=0$

$y=-2$

$\therefore$ $L_1$ 與 $L_2$ 的交點是$(-6, -2)$ (D)

26.




設 $B$ 的坐標為 $(a, b)$。
如圖中的記號。
留意 $\Delta ABE \cong \Delta BCF$ 。

$\therefore$ $AE = BF$ and $BE = CF$ (全等Δ對應邊)

$$\begin{cases}6-b=10-a\\ a-(-2)=-4-b\end{cases}$$

$$\begin{cases}a-b=4 & \ldots(1)\\ a+b=-6 & \ldots(2)\end{cases}$$

$(1) + (2)$:

$2a=-2$

$a=-1$

把 $a=-1$ 代入(2),

$-1+b=-6$

$b=-5$

$\therefore$ $B$ 的坐標為$(-1, 5)$。

(A)

27. $2x^2+2y^2-12x+20y+15=0$

$x^2+y^2-6x+10y+\dfrac{15}{2}=0 \quad \ldots(*)$

I. ✓: 圓心= (3, –5)

II. ×: 半徑 $=\sqrt{3^2+(-5)^2-\dfrac{15}{2}}=\sqrt{\dfrac{53}{2}}$

III. ✓: 把 (4, 6) 代入(*),

L.H.S.$=4^2+6^2-6(4)+10(6)+\dfrac{15}{2}$

$=\dfrac{191}{2}>0$

∴ 點 (4, 6) 在圓外。 (B)

28. 陰影方格為符合的結果。

| 取出的第一張紙幣 \ 取出的第二張紙幣 | 20 | 20 | 50 | 50 | 100 |
|---|---|---|---|---|---|
| 20 | / | 40 | 70 | 70 | 120 |
| 20 | 40 | / | 70 | 70 | 120 |
| 50 | 70 | 70 | / | 100 | 150 |
| 50 | 70 | 70 | 100 | / | 150 |
| 100 | 120 | 120 | 150 | 150 | / |

∴ $P$(足夠錢)$=\dfrac{8}{20}=0.4$ (C)

29. 他收到的金錢的期望值

$=4\times\dfrac{1}{4}+1\times\dfrac{2}{4}+10\times\dfrac{1}{4}$

= \$4 (A)

30. 平均值= 14

$\dfrac{19+10+12+12+13+14+15+16+a+b+c}{11}=14$

$111+a+b+c=154$

$a+b+c=43$

眾數 $=15\Rightarrow a$、$b$ 及 $c$ 當中至少兩個是 15。

∴ $a$、$b$ 及 $c$ 是 13、15 及 15。

以順序排列 11 個數字：

10 , 12 , 12 , 13 , 13 , 14 , 15 , 15 , 15 , 16 , 19

∴ 中位數= 14

(B)

31. $8x^3-1=(2x)^3-1^3$,

$=(2x-1)[(2x)^2+2x+1^2]$

$=(2x-1)(4x^2+2x+1)$

$4x^2-4x+1=(2x)^2-2(2x)+1^2$

$=(2x-1)^2$

$4x^2-1=(2x)^2-1^2$

$=(2x-1)(2x+1)$

∴ 最大公因數 = $2x-1$

留意：

最小公倍數= $(2x-1)^2(2x+1)(4x^2+2x+1)$

(A)

32. 該直線的方程為 $\log_2 y=-\dfrac{3}{4}\log_2 x+3$

$\log_2 y=\log_2 x^{-\frac{3}{4}}+\log_2 2^3$

$=\log_2\left(2^3x^{-\frac{3}{4}}\right)$

$y=2^3x^{-\frac{3}{4}}$ (A)

$x^{\frac{3}{4}}y=8$

$x^3y^4=4096$

33. $9\times2^7+2^5+3\times2^2-2^2=(2^3+1)2^7+2^5+2\times2^2$

$=2^{10}+2^7+2^5+2^3$

$=10010101000_2$ (B)

34. $\alpha,\beta$ 是二次方程 $2x^2-5x-4=0$ 的相異根。

兩根之積 $\alpha\beta=\dfrac{-4}{2}=-2$ (B)

35. $(a, b)$ 在線 $y=1$ 的上面$\Rightarrow b\geq1$

$(a, b)$ 在線 $y=2x+1$ 的下面$\Rightarrow b\leq2a+1$

$(a, b)$ 在線 $y=4-2x$ 的下面$\Rightarrow b\leq4-2a$

∴ 只有 I (A)

36. 設 $r$ 為等比數列的公比。

$$\frac{a_9}{a_6}=r^3$$

$$\frac{128}{-432}=r^3$$

$$-\frac{8}{27}=r^3$$

$$r=-\frac{2}{3}$$

$$a_3=\frac{a_6}{r^3}=\frac{-432}{-\frac{8}{27}}=1458$$

∴ I 是正確的。

$$\frac{a_2}{a_4}=\frac{1}{r^2}=\frac{1}{\left(-\frac{2}{3}\right)^2}=\frac{9}{4}$$

∴ II 是正確的。

$$a_1=\frac{a_3}{r^2}=1458\times\frac{9}{4}=3280.5$$

∴ $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n>2000$ when $n=1$

∴ III 是不正確的。

備註：雖然數列的無限項之和

$a_1+a_2+a_3+\cdots=\dfrac{a_1}{1-r}=\dfrac{3280.5}{1-\left(-\frac{2}{3}\right)}=1968.3$ 小於 2000，但是該數列是交錯的，則首數項的和有機會大於 2000。 (A)

37. 當 $x=0$ 時，$y=1$。

$$1=h-\sqrt{3}\tan\frac{0°}{2}$$

$$h=1$$

∴ I 是正確的。

當 $x=\alpha$ 時，$y=0$。

$$0=1-\sqrt{3}\tan\frac{\alpha°}{2}$$

$$\tan\frac{\alpha°}{2}=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{\alpha°}{2}=30°$$

$$\alpha=60$$

∴ II 是不正確的。

$$\tan\alpha°=\tan 60°$$

$$=\sqrt{3}$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{h}$$

∴ III 是正確的。 (B)

38. $3\sin^2x+8\cos x=0$

$$3(1-\cos^2 x)+8\cos x=0$$

$$3-3\cos^2 x+8\cos x=0$$

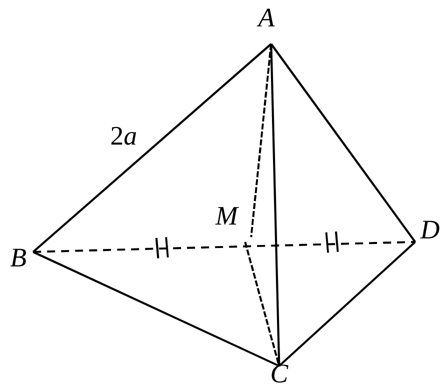
$$3\cos^2 x-8\cos x-3=0$$

$$(3\cos x+1)(\cos x-3)=0$$

$$\cos x=-\frac{1}{3}\ \text{ or }\ 3(捨去)$$

∴ 該方程在 $0°\le x\le 360°$ 中有 2 條根。(A)

39.




設正四面體每條邊的長度為 $2a$。

設 $M$ 為 $BD$ 的中點。

則 $AM\perp BD$ 及 $CM\perp BD$。

線 $AC$ 與面 $BCD$ 之間的夾角是 $\angle ACM$。

$$AM=CM=\sqrt{(2a)^2-a^2}=\sqrt{3}a$$

在 $\Delta ACM$ 中，

$$AM^2=CM^2+AC^2-2CM\cdot AC\cos\angle ACM$$

$$3a^2=3a^2+(2a)^2-2(\sqrt{3}a)(2a)\cos\angle ACM$$

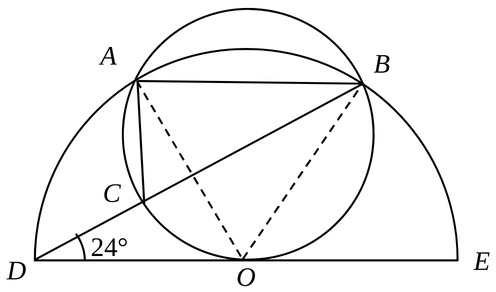
$$\cos\angle ACM=\frac{4a^2}{4\sqrt{3}a^2}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

∴ $\angle ACM=55°$ (準確至最接近的度)

(C)

40.




連接 $OA$ 及 $OB$。

$OB = OD$　(半徑)

$\therefore\quad \angle DBO = \angle BDO = 24°$　(等腰三角形底角)

$\angle BOE = 24° + 24° = 48°$　($\Delta$外角)

$\angle OAB = \angle BOE = 48°$ (交錯弓形的圓周角)

$\angle OAC = \angle OBD = 24°$ (同弓形內的圓周角)

$\angle BAC = \angle OAB + \angle OAC$

$= 48° + 24°$　(A)

$= 72°$

41. $OB$ 的斜率 $= \dfrac{33}{99} = \dfrac{1}{3}$

由 $A$ 到 $OB$ 的垂線的斜率 $= \dfrac{-1}{\frac{1}{3}} = -3$

$\therefore$ 由 $A$ 到 $OB$ 的垂線的方程為

$y = -3x + 66$。

$OA$ 是沿著 $y$ 軸的。

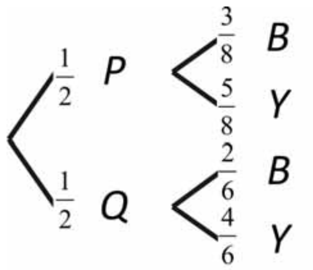
$\therefore$ 由 $B$ 到 $OA$ 的垂線的方程為 $y = 33$。

解 $\begin{cases} y = -3x + 66 \\ y = 33 \end{cases}$，可得

$-3x + 66 = 33$

$x = 11$　(B)

42.




P(黃色代幣)

= P(盒子 $P$ 及黃色代幣) + P(盒子 $Q$ 及黃色代幣)

$= \dfrac{1}{2} \times \dfrac{5}{8} + \dfrac{1}{2} \times \dfrac{4}{6}$

$= \dfrac{31}{48}$　(D)

43. 該 7 名小孩組成的隊列數目 $= 7!$

在計算 2 個男孩相鄰的行列數目時，2 個男孩歸為一組。數目 $= 6!$

沒有男孩相鄰的隊列數目$= 7! - 6! = 4320$

(C)

44. 由於 $5 \le h \le 7$ 及 $7 \le h \le 9$，

$\therefore\quad h = 7$

而且 $k = 9$

I. ✓: 中位數 $= \dfrac{57 + 59}{2} = 58$

II. ✗: 值域 $= 89 - 44 = 45$

III. ✓: 四分位數間距 $= 63 - 52 = 11$

(C)

45. $\text{Var}(2X + 3) = \text{Var}(2X)$

$= 2^2\ \text{Var}(X)$

$= 2^2 \times 5$

$= 20$

(C)